

Le langage et l'interpréteur "Isabelle",
spécialement conçus pour utilisations a...
DRESS, François
pp. 1 - 12



Terms and Conditions

The Göttingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes.

Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library.

Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept there Terms and Conditions.

Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact:

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek

Digitalisierungszentrum

37070 Goettingen

Germany

Email: gdz@www.sub.uni-goettingen.de

Purchase a CD-ROM

The Goettingen State and University Library offers CD-ROMs containing whole volumes / monographs in PDF for Adobe Acrobat. The PDF-version contains the table of contents as bookmarks, which allows easy navigation in the document. For availability and pricing, please contact:

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Goettingen - Digitalisierungszentrum

37070 Goettingen, Germany, Email: gdz@www.sub.uni-goettingen.de

LE LANGAGE ET L'INTERPRÉTEUR "ISABELLE",
SPÉCIALEMENT CONÇUS POUR UTILISATIONS ARITHMÉTIQUES

par

François DRESS

(travail d'Henri COHEN et François DRESS)

-:-:-

1. - Historique

Le C.N.R.S. lança en 1975 une Action Thématique Programmée dont l'un des axes était "conception et réalisation de langages ou de systèmes de manipulation formelle adaptés à des branches des mathématiques". La plupart des arithméticiens français utilisateurs d'informatique se regroupèrent pour présenter un projet commun. Ce projet fut accepté par le C.N.R.S. et les moyens accordés furent, pour l'essentiel, des crédits d'équipement utilisés pour l'acquisition d'un mini-ordinateur Texas-Instruments 980 (implanté à Bordeaux) et des crédits de fonctionnement utilisés pour payer des heures de calcul dans diverses Universités.

Le TI 980 possédait un ASSEMBLEUR et un FORTRAN, le premier d'utilisation pénible pour qui n'est pas très entraîné, le second désespérément banal et limité. En outre, l'un comme l'autre sont très mal adaptés aux calculs en grande multi-précision réclamés par certains travaux d'arithmétique. Ainsi naquit l'idée de réaliser un embryon de langage permettant de se servir du TI 980 comme d'une calculatrice de poche pouvant travailler sur des réels jusqu'à 10 000 décimales.

Chemin faisant, les deux auteurs se piquèrent au jeu et c'est ainsi que naquit ISABELLE. On peut considérer que la gestation fut laborieuse, que l'accouchement date du jour où elle consentit, lorsqu'on lui demandait $2+2$, à répondre 6813 (au lieu de borborygmes divers qui ne pouvaient en aucun cas prétendre représenter un nombre, aussi démentiel fut-il), et que la sortie de couveuse se situe le 20 juillet dernier.

2. - Présentation sommaire

La présente rédaction n'étant pas destinée à remplacer le manuel d'utilisation, de publication prochaine [1], on se contentera de donner les caractéristiques principales du langage.

Point essentiel, le langage fonctionne sous interpréteur. La raison en est fort simple : il a suffi (!) de quelques centaines d'heures pour écrire et mettre au point cet interpréteur (*), alors qu'il en aurait fallu quelques milliers pour un compilateur. Il y a bien sûr un prix à payer : d'une part s'habituer aux idiosyncrasies de l'interprétation (qui plus est, s'effectue de la droite vers la gauche), et surtout accepter la perte de temps due à l'analyse des lignes de programme, phénomène aggravé par la répétition (bandes et sous-programmes).

Venons-en maintenant au langage lui-même, qui possède un certain nombre de particularités empruntées au BASIC et à l'APL :

(*) le listing (Assembleur TI) de l'interpréteur remplit 69 pages et celui de la bibliothèque multi-précision 58 pages.

- deux modes, entier ($\in [-2^{30} + 1, 2^{30} - 1]$) et réel (v. abs. = 0 ou $\in [2^{-16384}, 2^{16384}]$) ; il n'y a pas de mode logique, vrai et faux étant respectivement représentés par les entiers 1 et 0 ;

- pas de noms symboliques, mais des mémoires appelées par De (entiers) et Fe (réels), où e est une expression dont la valeur est un entier appartenant aux zones permises ;

- un certain nombre de commandes parmi lesquelles la précision (entre 8 et 5 894 décimales, dans la configuration actuelle du TI 980), et des formats simplifiés d'impression ;

- les opérateurs unaires et binaires usuels (le signe - unaire et le signe - binaire sont différents), fonctions "simples" y compris, plus diverses fonctions arithmétiques (nombre premier suivant, plus grand facteur premier, coefficient binomial $\binom{x}{k}$ avec x réel et k entier ≥ 0 , pgcd, ppcm, φ , μ , calculs modulo M) ;

- une syntaxe banale pour les instructions, avec possibilité d'affections successives (insertion à l'intérieur des instructions des chaînes de caractères à imprimer) ;

- des goto et gosub (avec branchement sur numéro de ligne ou étiquette) type APL avec goto 0 et gosub 0 libérant le passage à la ligne suivante (comme il y a simplement la gestion des adresses de retour, la récursivité va de soi) ;

- un éditeur simple et classique utilisant un fichier unique (plusieurs programmes sont donc à concaténer dans le fichier, leurs appels s'effectuant par des gosub adéquats à partir de la console).

3. - Quelques exemples de programmes

Ces exemples sont éventuellement inintéressants sur le plan de l'utilité ou de l'efficacité et sont présentés à titre de démonstration du langage.

4-04

//EX, ,#ISAB.

BONJOUR! JE M'APPELLE ISABELLE ET JE SUIS PRETE A TOUT
DEPUIS LE 20 JUILLET 1979
PROG = 05004, DOUB = 00100, MULT = 01335

!2+2

4

!

chargement et exécution d'ISABELLE qui répond aimablement
et indique les réservations mémoires ; puis un calcul

"immédiat" (i.e. derrière le !)

!P
PRECISION EST 00035 DECIMALES

!1000P
PRECISION ETAIT 00035 DECIMALES
PROG = 05175, DOUB = 00100, MULT = 00038

!1000W

!PI
3.1415926535897932384626433832795028841971693993751058209749445923
0781640628620899862803482534211706798214808651328230664709384460955058
2231725359408128481117450284102701938521105559644622948954930381964428
8109756659334461284756482337867831652712019091456485669234603486104543
2664821339360726024914127372458700660631558817488152092096282925409171
5364367892590360011330530548820466521384146951941511609433057270365759
5919530921861173819326117931051185480744623799627495673518857527248912
2793818301194912983367336244065664308602139494639522473719070217986094
3702770539217176293176752384674818467669405132000568127145263560827785
7713427577896091736371787214684409012249534301465495853710507922796892
5892354201995611212902196086403441815981362977477130996051870721134999
9998372978049951059731732816096318595024459455346908302642522308253344
6850352619311881710100031378387528865875332083814206171776691473035982
5349042875546873115956286388235378759375195778185778053217122680661300
1927876611195909216420198

!

quelques commandes : demande de la précision, changement
de précision, changement du format d'impression des réels ;
puis π avec 1000 décimales (toujours en calcul "immédiat")

!SQR2.

1. 4142135623730950488016887242096980785696718753769480731766797379
 9073247846210703885038753432764157273501384623091229702492483605585073
 7212644121497099935831413222665927505592755799950501152782060571470109
 5599716059702745345968620147285174186408891986095523292304843087143214
 5083976260362799525140798968725339654633180882964062061525835239505474
 5750287759961729835575220337531857011354374603408498847160386899970699
 0048150305440277903164542478230684929369186215805784631115966687130130
 1561856898723723528850926486124949771542183342042856860601468247207714
 3585487415565706967765372022648544701585880162075847492265722600208558
 4466521458398893944370926591800311388246468157082630100594858704003186
 4803421948972782906410450726368813137398552561173220402450912277002269
 4112757362728049573810896750401836986836845072579936472906076299694138
 0475654823728997180326802474420629269124859052181004459842150591120249
 4413417285314781058036033710773091828693147101711116839165817268894197
 5871658215212822951848847

!

$\sqrt{2}$ avec 1000 décimales

!EXP1.

2. 7182818284590452353602874713526624977572470936999595749669676277
 2407663035354759457138217852516642742746639193200305992181741359662904
 3572900334295260595630738132328627943490763233829880753195251019011573
 8341879307021540891499348841675092447614606680822648001684774118537423
 4544243710753907774499206955170276183860626133138458300075204493382656
 0297606737113200709328709127443747047230696977209310141692836819025515
 1086574637721112523897844250569536967707854499699679468644549059879316
 3688923009879312773617821542499922957635148220826989519366803318252886
 9398496465105820939239829488793320362509443117301238197068416140397019
 8376793206832823764648042953118023287825098194558153017567173613320698
 1125099618188159304169035159888851934580727386673858942287922849989208
 6805825749279610484198444363463244968487560233624827041978623209002160
 9902353043699418491463140934317381436405462531520961836908887070167683
 9642437814059271456354906130310720851038375051011574770417189861068739
 6965521267154688957035035

!

et enfin e avec 1000 décimales. On abandonne maintenant ces petits jeux et on passe à la réalisation et à l'exécution de programmes :

```

! < >
L00010: D9=K
L00020: D0=0
L00030: D1=D2=1
L00040: D0=D0+(MOBD1) * D9 / D2
L00050: GTL40 * PZ D9 - D2 = D1 * D1 = D1 + 1
L00060: K=(INVD9 ^ .4) * K = (K=D0) - D9 * S: PI * PI
L00070: GTL_1
L00080: < >

```

édition d'un programme calculant $Q(x) = \sum_{n \leq x} |\mu(n)|$ au moyen de la formule $Q(x) = \sum_{a \leq \sqrt{x}} \mu(a) \left[\frac{x}{a^2} \right]$.

Représentations : x (entier) par D 9, la somme "courante" (qui vaudra Q(x) à la fin du calcul) par D0, a par D1 et a^2 par D2 (K représente la console, en lecture comme en impression).

! < > : commande d'entrée dans le fichier ;

ligne 10 : ordre de lecture de D 9 ;

ligne 20 : initialisation de D0 ;

ligne 30 : initialisation de D1 et D2 ;

ligne 40 (analysée de la droite vers la gauche) : partie entière $\left[\frac{D9}{D2} \right]$, multiplication par $\mu(D1)$, addition à D0 et enfin affectation comme nouvelle valeur de D0 ;

ligne 50 : incrémentation de D1, affectation du carré à D2, différence D9 - D2, fonction caractéristique PZ (signifie Positif ou Zéro) de cette différence puis multiplication par 40 et GoTo Ligne

{	si $D9 - D2 \geq 0$ (i. e. si $a^2 \leq x$)
	PZ fournit 1, le produit 40 et il y a branchement vers la ligne 40
{	si $D9 - D2 < 0$ (i. e. si $a^2 > x$)
	PZ fournit 0, le produit 0 et il y a exécution de la ligne suivante (ligne 60)

ligne 60 : calcul de $\frac{6}{\pi^2}$, multiplication par D9, la valeur obtenue est soustraite de D0, lequel est imprimé "au passage", puis cette différence (i. e. $R(x) = Q(x) - \frac{6}{\pi^2} x$) est imprimée, multipliée ensuite par l'inverse de D9 puissance 0.4, et le résultat obtenu est imprimé (remarque : sous HR, $\frac{R(x)}{x^{2/5}}$ est O(1)) ;

ligne 70 : stop ;

: < > : commande de sortie du fichier.

```
!PT<>
L0= 00010 L$= 00070 NL= 00007 NM= 00063
```

!

Commande demandant les caractéristiques du fichier (n° de la première ligne, de la dernière, nombre total de lignes, nombre de mémoires utilisées)

```
!BIW
```

```
!4W
```

modification des formats d'impression (8 décimales pour les entiers, 4 pour les réels)

```
!SSL10
```

```
?100
```

```
61 0.2072 0.0328
```

!

Exécution par GoSous-programme Ligne 10. Résultats :

$$Q(100) = 61, \quad R(100) = Q(100) - 100 \frac{6}{\pi^2} = 0.2072, \quad \frac{R(100)}{100^{2/5}} = 0.0328.$$

On désire maintenant modifier légèrement le programme :

```

!15I<>
L00015:GTL_1+PSD9

!70R<>
 00001 LINES DELETED
END OF FILE
L00070:GTL10<>

!P<>
L00010:D9=K
L00015:GTL_1+PSD9
L00020:D0=0
L00030:D1=D2=1
L00040:D0=D0+(MOBD1)♦D9/D2
L00050:GTL40♦PZD9-D2=D1♦D1=D1+1
L00060:K=(INVD9^4)♦K=(K=D0)-D9♦6:PI♦PI
L00070:GTL10
END OF FILE

!
```

Insertion d'une ligne 15 : la fonction caractéristique PS (signifie PoSitif) vaut 1 si $D9 > 0$, d'où GTL 0 et exécution de la ligne suivante (ligne 20), vaut 0 si $D9 \leq 0$, d'où GTL_1 et stop ;

Remplacement de la ligne 70 : GoToLigne 10 au lieu de stop ;

Puis commande d'impression du fichier contenant le programme.

```

!GSL10

?1000
 608 0.0728 0.0045
?10000
 6083 3.728 0.0936
?100000
 60794 1.289 0.0128
?1000000
 607926 -1.101 -0.0043
?10000000
 6079291 19.98 0.0316
?0

!
```

Exécution pour $x = 10^3, 10^4, 10^5, 10^6, 10^7$, et stop en donnant $x = 0$. Pour donner une idée des temps de calcul, la durée d'exécution de ce programme est $0,027\sqrt{x}$ en secondes (par exemple 85 secondes $\frac{1}{2}$ pour $x = 10^7$), soit donc 27ms par tour de boucle.

```
L00001:D0=1""    TABLE DE NOMBRES PREMIERS""
L00002:D0=K=PRSK=PRSK=PRSK=PRSK=PRSK=PRSK=PRSK=PRSK=PRSD0""
L00003:GTL2
```

Programme donnant, par lignes de 10 valeurs, la table des nombres premiers.

ligne 1 : (analyse toujours de la droite vers la gauche)

"" pour passage à la ligne, impression de la chaîne de caractères entre guillemets, nouveau passage à la ligne et affectation de 1 à D0 ;

ligne 2 : passage à la ligne, calcul du nombre Premier Suivant D0, = K pour l'impression, de nouveau nombre Premier Suivant, impression, etc... cela 10 fois jusqu'à l'affectation finale à D0 ;

ligne 3 : GoTo Ligne 2 .

!71W

!63L1

TABLE DE NOMBRES PREMIERS

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29
31	37	41	43	47	53	59	61	67	71
73	79	83	89	97	101	103	107	109	113
127	131	137	139	149	151	157	163	167	173
179	181	191	193	197	199	211	223	227	229
233	239	241	251	257	263	269	271	277	281
283	293	307	311	313	317	331	337	347	349
353	359	367	373	379	383	389	397	401	409
419	421	431	433	439	443	449	457	461	463
467	479	487	491	499	503	509	521	523	541
547	557	563	569	571	577	587	593	599	601
607	613	617	619	631	641	643	647	653	659
661	673	677	683	691	701	709	719	727	733
739	743	751	757	761	769	773	787	797	809
811	821	823	827	829	839	853	857	859	863
877	881	883	887	907	911	919	929	937	941
947	953	967	971	977	983	991	997	1009	1013
1019	1021	1031	1033	1039	1049	1051	1061	1063	1069
1087	1091	1093	1097	1103	1109	1117	1123	1129	1151
1153	1163	1171	1181	1187	1193	1201	1213	1217	1223
1229	1231	1237	1249	1259	1277	1279	1283	1289	1291
1297	1301	1303	1307	1319	1321	1327	1361	1367	1373
1381	1399	1409	1423	1427	1429	1433	1439	1447	1451
1453	1459	1471	1481	1483	1487	1489	1493	1499	1511
1523	1531	1543	1549	1553	1559	1567	1571	1579	1583
1597	1601	1607	1609	1613	1619	1621	1627	1637	1657
1663	1667	1669	1693	1697	1699	1709	1721	1723	1733
1741	1747	1753	1759	1777	1783	1787	1789	1801	1811
1823	1831	1847	1861	1867	1871	1873	1877	1879	1889
1901	1907	1913	1931	1933	1949	1951	1973	1979	1987
1993	1997	1999	2003	2011	2017	2027	2029	2039	2053
2063	2069	2081	2083	2087	2089	2099	2111	2113	2129
2131	2137	2141	2143	2153	2161	2179	2203	2207	2213
2221	2237	2239	2243	2251	2267	2269	2273	2281	2287
2293	2297	2309	2311	2333	2339	2341	2347	2351	2357
2371	2377	2381	2383	2389	2393	2399	2411	2417	2423
2437	2441	2447	2459	2467	2473	2477	2503	2521	2531
2539	2543	2549	2551	2557	2579	2591	2593	2609	2617
2621	2633	2647	2657	2659	2663	2671	2677	2683	2687
2689	2693	2699	2707	2711	2713	2719	2729	2731	2741
2749	2753	2767	2777	2789	2791	2797	2801	2803	2819

format d'impression à 7 chiffres pour les entiers, puis lancement du programme (lequel bien sûr boucle indéfiniment, un dispositif d'arrêt "aux clés" est prévu par ISABELLE).

et un gadget pour terminer :

```
!D5=123456789
!D5=D5/(K=FPRD5)
      3
!BIS
      3
!BIS
      3607
!BIS
      3803
!BIS
♦♦♦♦♦ ERROR MUFLE NUMERO 21 ♦♦♦♦♦
!
```

affectation d'un nombre (ici 123 456 789) à D0

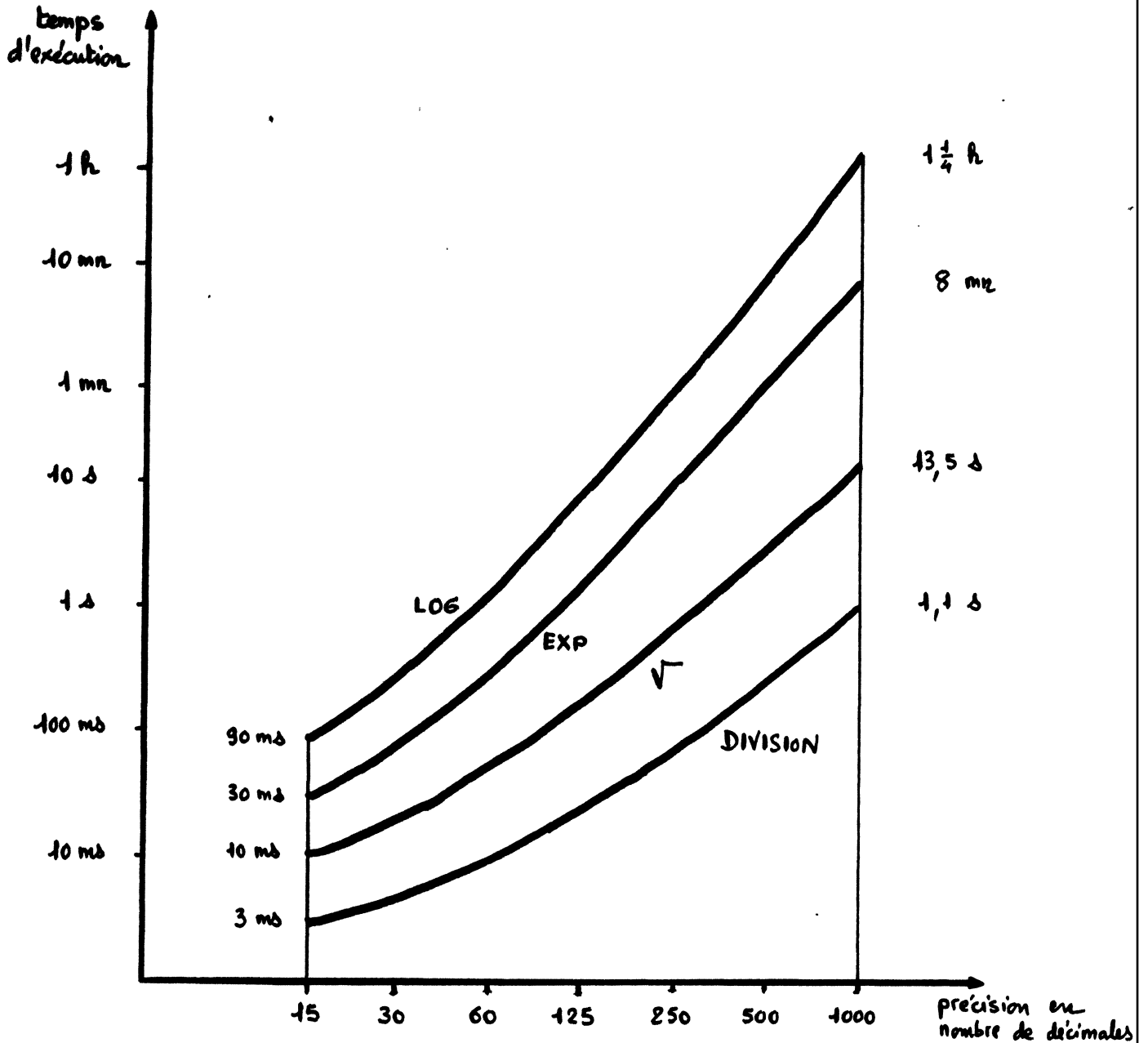
Calcul et impression du plus petit Facteur Premier p de
D5 puis affectation à D5 de D5/p

La commande BIS est l'ordre de réexécuter la dernière
instruction : on obtient donc la liste des facteurs
premiers jusqu'à ce qu'ISABELLE se fâche et refuse
d'attribuer un plus petit facteur premier à 1 .

4. - Temps d'exécution en multi-précision

Tout n'a pas encore été testé, les valeurs connues sont indiquées par le
graphique qui suit.

Nota : la bibliothèque assembleur de multi-précision a été optimisée pour
35 décimales, qui constitue d'ailleurs l'option par défaut au chargement
d'ISABELLE (... il est utile de savoir que la précision réelle perd environ 3 dé-
cimales par rapport à la précision annoncée par ISABELLE).



BIBLIOGRAPHIE

- [1] ISABELLE. Manuel d'utilisation, version CODR-03, éditions de l'A T P (à paraître fin 1979).

(texte reçu le 25 octobre 1979)

---:---:---

François DRESS
 U.E.R. de Mathématiques
 et d'Informatique
 Université de Bordeaux I
 F - 33405 TALENCE CEDEX